

# 상대성 이론

## 2016 고급물리학II

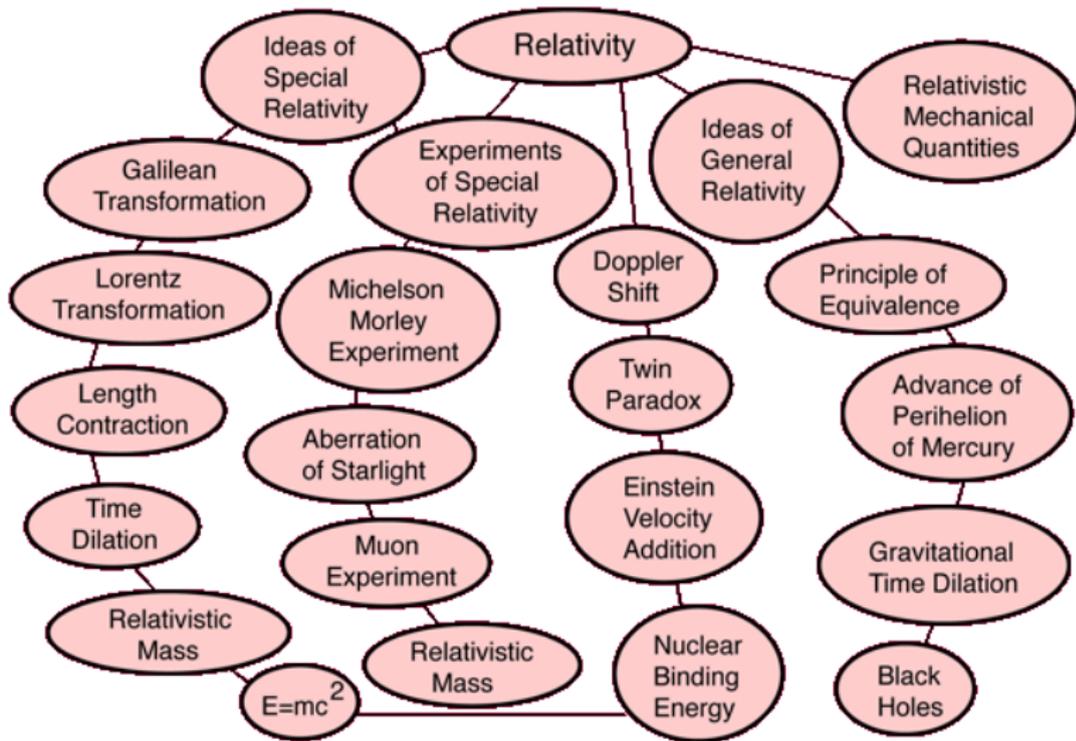
---

박승원, 김수홍, 한승우

경기과학고등학교 32기

September 4, 2016

# Mind Map



특수상대론

배경 및 역사

로렌츠 변환

동시성의 상대성

시간 지연

길이 수축

질량-에너지 동가

역설

일반상대론

참고 문헌

부록

로렌츠 변환식의 유도

# 갈릴레이의 상대성 원리

특수상대론

배경 및 역사

로렌츠 변환

동시성의 상대성

시간 지연

길이 수축

질량-에너지 등가

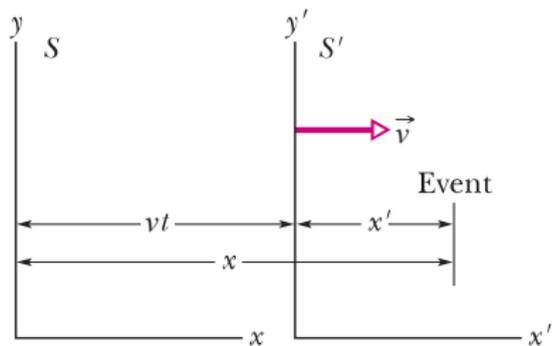
역설

일반상대론

참고 문헌

부록

로렌츠 변환식의 유도



갈릴레이 변환 :

$$x' = x - vt$$

$$t' = t$$

출처 : 할리데이 일반물리학 9판



# 특수 상대성 이론

특수상대론

배경 및 역사

로렌츠 변환

동시성의 상대성

시간 지연

길이 수축

질량-에너지 등가

역설

일반상대론

참고 문헌

부록

로렌츠 변환식의 유도

## Special Theory of Relativity(Einstein, 1905)

아인슈타인의 두 가지 가설 :

- 1 상대성 원리** : 모든 관성계에서의 물리법칙들은 동일하다.  
물체의 속력이  $c$ 보다 클 수 없음을 유도
- 2 광속 불변성** : 모든 관성계에서의 광속은  $c$ 로 일정하다.  
맥스웰의 전자기학

# 로렌츠 변환

특수상대론

배경 및 역사

로렌츠 변환

동시성의 상대성

시간 지연

길이 수축

질량-에너지 등가

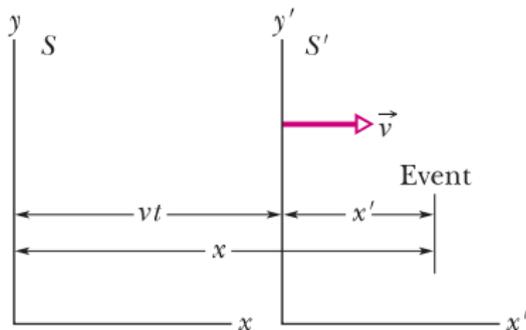
역설

일반상대론

참고 문헌

부록

로렌츠 변환식의 유도



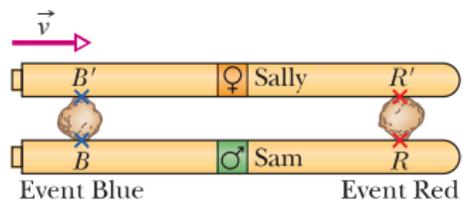
$$x' = \gamma(x - vt)$$
$$t' = \gamma \left( t - \frac{v}{c^2}x \right)$$
$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2}u_x}$$

출처 : 할리데이 일반물리학 9판

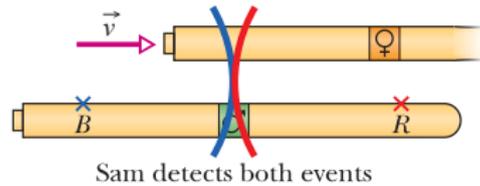
로렌츠 변환의 유도는 부록에 있다.

# 동시성의 상대성

## 동시가 동시인가?

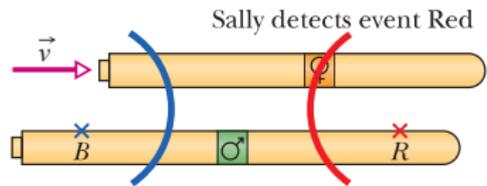


(a)



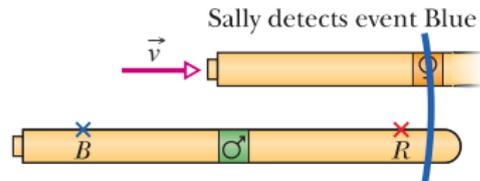
(b)

Waves from the two events reach Sam simultaneously but ...



(c)

... Sally receives the wave from event Red first.



(d)

- 특수상대론
- 배경 및 역사
- 로렌츠 변환
- 동시성의 상대성
- 시간 지연
- 길이 수축
- 질량-에너지 등가
- 역설
- 일반상대론
- 참고 문헌
- 부록
- 로렌츠 변환식의 유도

# 시간 지연

(시간 '팽창' 이라고도 불림)

특수상대론

배경 및 역사

로렌츠 변환

동시성의 상대성

시간 지연

길이 수축

질량-에너지 등가

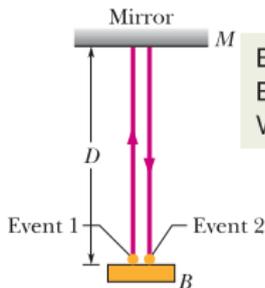
역설

일반상대론

참고 문헌

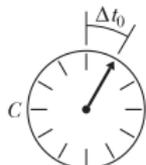
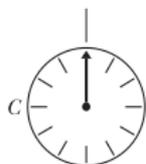
부록

로렌츠 변환식의 유도

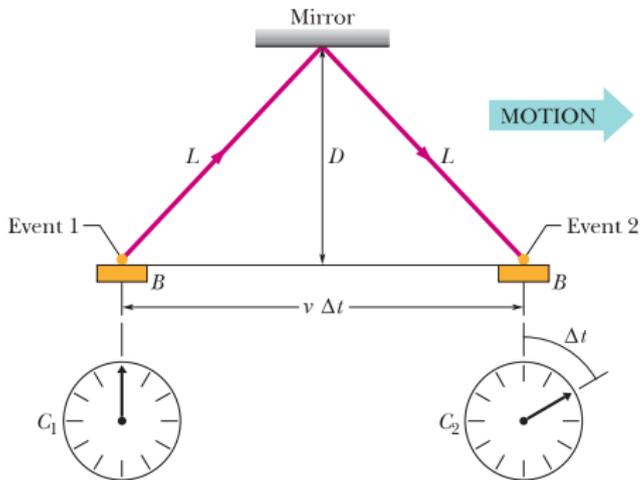


Event 1 is the emission of light.  
Event 2 is the return of the light.  
We want the time between them.

The measure of that time interval on Sally's clock differs from that on Sam's clock due to the relative motion.



Sally



Sam

(a) 출처 : 할리데이 일반물리학 9판 (b)

# 시간 지연

---

특수상대론

배경 및 역사

로렌츠 변환

동시성의 상대성

시간 지연

길이 수축

질량-에너지 등가

역설

일반상대론

참고 문헌

부록

로렌츠 변환식의 유도

- 어느 좌표계에서나 광속은 일정...
- 움직이는 계 안에서 느끼는 고유 시간보다 밖에서 측정하는 시간이 더 길게 관측된다!
- “운동하는 시계는 느리게 간다”

$$T' = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} T$$

# 길이 수축

특수상대론

배경 및 역사

로렌츠 변환

동시성의 상대성

시간 지연

길이 수축

질량-에너지 등가

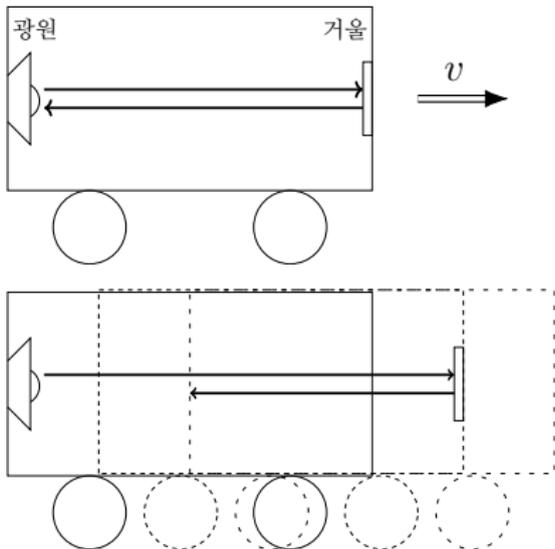
역설

일반상대론

참고 문헌

부록

로렌츠 변환식의 유도



$$\frac{\frac{L'}{c-v} + \frac{L'}{c+v}}{\frac{2L'}{c}} = \gamma^2$$

$$t_{\text{관찰자}} = \gamma^2 \frac{2L'}{c}$$

$$t_{\text{관찰자}} = \gamma t_{\text{탑승자}}$$

$$t_{\text{탑승자}} = \frac{2L_0}{c}$$

$$\therefore L' = L_0 / \gamma < L_0$$

# 길이 수축

---

특수상대론

배경 및 역사

로렌츠 변환

동시성의 상대성

시간 지연

길이 수축

질량-에너지 등가

역설

일반상대론

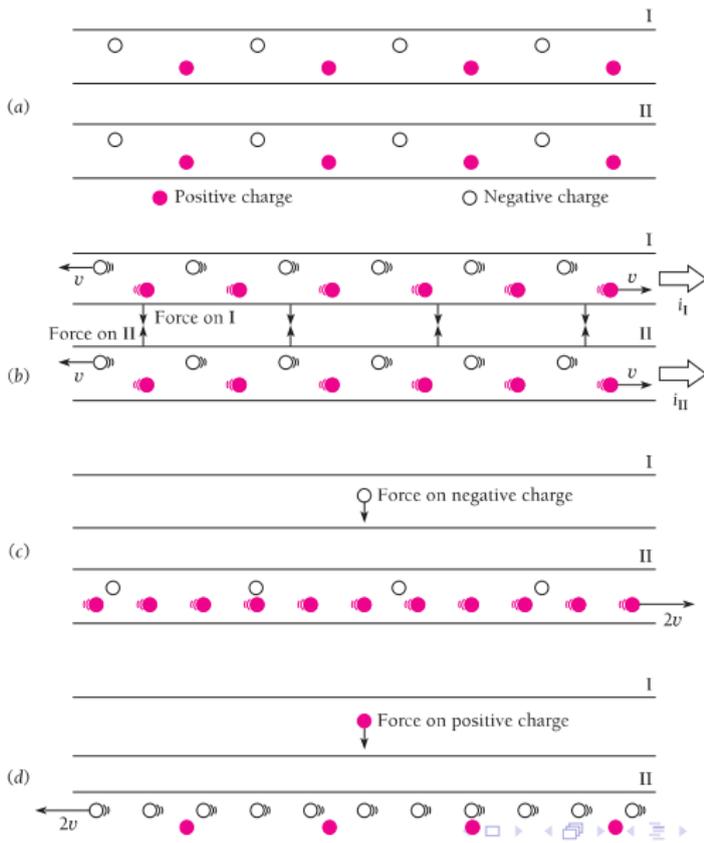
참고 문헌

부록

로렌츠 변환식의 유도

- 로렌츠 변환을 이용한다면 쉽게 유도 가능.
- 길이의 수축은 운동 방향으로만 일어난다.
- 전류가 흐르는 도선 사이에 작용하는 힘은 길이 수축에 의한 효과.

# (출처 : Beiser 현대물리학)



특수상대론

배경 및 역사

로렌츠 변환

동시성의 상대성

시간 지연

길이 수축

질량-에너지 등가

역설

일반상대론

참고 문헌

부록

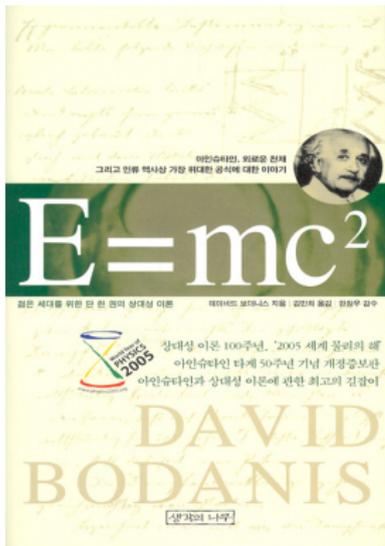
로렌츠 변환식의 유도

# 질량-에너지 등가

그 유명한  $E = mc^2$

- 에너지는 관성을 가져야 한다. (Einstein, 1906)

- 핵분열  
원자폭탄,  
연대측정법
- 핵융합  
태양의 원리



by David Bodanis



by TIME

특수상대론

배경 및 역사

로렌츠 변환

동시성의 상대성

시간 지연

길이 수축

질량-에너지 등가

역설

일반상대론

참고 문헌

부록

로렌츠 변환식의 유도

# 상대론적 물리량

## 운동량 및 운동에너지

$\gamma \rightarrow 1$  (비상대론적) 에서 :

- 운동량 :  $p = \gamma mv$
- 전체에너지 :  $E = \gamma mc^2$
- 운동에너지 :  
 $K = E - mc^2 = (\gamma - 1)mc^2$
- $E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2$

$$p \simeq mv$$

$$\begin{aligned} K &= \left( (1 - \beta^2)^{-1/2} - 1 \right) mc^2 \\ &\simeq \frac{1}{2} \beta^2 mc^2 \\ &= \frac{1}{2} mv^2 \end{aligned}$$

특수상대론

배경 및 역사

로렌츠 변환

동시성의 상대성

시간 지연

길이 수축

질량-에너지 등가

역설

일반상대론

참고 문헌

부록

로렌츠 변환식의 유도

# 사다리 역설

막대-헛간 역설, 차고-리무진 역설

사다리를 창고에 넣으려고 한하는데, 이 사다리는 너무 길어서 창고에 넣을 수가 없었다. 그런데 이 사다리를 매우 빠른 속도로 들고 움직이면, 사다리가 길이 수축되어 창고보다 짧아지면 창고 안에 넣고 무사히 문을 닫을 수 있을까?

동시성의 상대성으로 인해 발생하는 문제.

특수상대론

배경 및 역사

로렌츠 변환

동시성의 상대성

시간 지연

길이 수축

질량-에너지 등가

역설

일반상대론

참고 문헌

부록

로렌츠 변환식의 유도

## 쌍둥이 역설

---

쌍둥이 중 동생은 지구에 남고, 형은 우주 여행을 다녀온다.  
형이 여행을 다녀오고 10년 만에 지구에 돌아왔더니,  
지구에서는 20년이 흘렀다..?

“The paradox centers on the contention that, in relativity,  
**either twin could regard the other as the traveler**, in which  
case each should find the other younger—a logical  
contradiction.”

- Albert Einstein(1911)

가속도로 인해 대칭성이 깨진다!

특수상대론

배경 및 역사

로렌츠 변환

동시성의 상대성

시간 지연

길이 수축

질량-에너지 등가

역설

일반상대론

참고 문헌

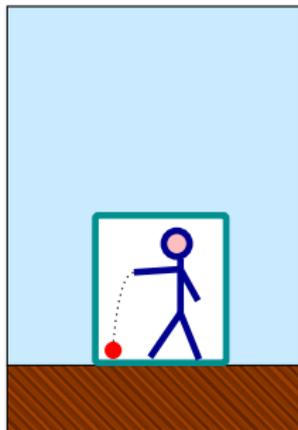
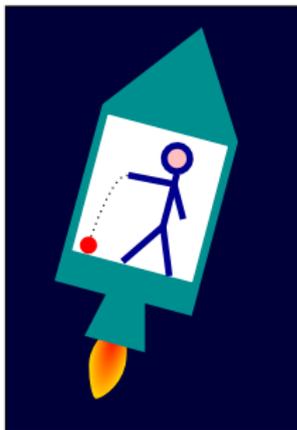
부록

로렌츠 변환식의 유도

# 등가 원리

## General Theory of Relativity(Einstein, 1915)

등가 원리 : 관성 질량과 중력 질량은 동일하다.



By derivative work: Pbroks13 (talk)Elevator\_gravity2.png: Markus Poessel (Mapos) - Elevator\_gravity2.png, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=4381205>

특수상대론

배경 및 역사

로렌츠 변환

동시성의 상대성

시간 지연

길이 수축

질량-에너지 등가

역설

일반상대론

참고 문헌

부록

로렌츠 변환식의 유도

# 일반 상대성 이론

---

- 시간 지연
- 적색 편이
- 빛의 휘어짐, 중력 렌즈
- 중력파
- 수성 궤도의 세차 운동
- GPS 보정(특수상대론과 함께)
- 중력파 천문학
- 시간 여행?

특수상대론

배경 및 역사

로렌츠 변환

동시성의 상대성

시간 지연

길이 수축

질량-에너지 등가

역설

일반상대론

참고 문헌

부록

로렌츠 변환식의 유도

# 참고 문헌

---

- 김효준쌤 자료
- HIGH TOP 고등학교 물리 I - 2009 개정교육과정 (김종권, 김성진, 김대규, 문연호)
- Fundamentals of Physics, 9th Edition(David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker)
- Wikipedia, the free encyclopedia
- Concepts of Modern Physics, 6th Edition(Arthur Beiser)
- 재미있는 물리여행 2(폴 휴이트)
- GSHS  $\LaTeX$  beamer template(목진욱 박사님)

특수상대론

배경 및 역사

로렌츠 변환

동시성의 상대성

시간 지연

길이 수축

질량-에너지 등가

역설

일반상대론

참고 문헌

부록

로렌츠 변환식의 유도

# 로렌츠 변환식의 유도

$O'$ 은  $O$ 에 대해  $x$ 축 방향으로 일정한 속도  $v$ 로 움직인다.

$t = t' = 0$ 일 때  $x = x' = 0$ 에서  $+x$  방향으로 빛 발사. 이 빛의 위치를  $O, O'$ 에서 기술.

$O$ 와  $O'$ 의 사건은 1 : 1 대응되므로

$$x' = k(x - vt). \quad (1)$$

$O$ 와  $O'$ 에서 모든 물리 법칙 동일하므로

$$x = k(x' - vt'). \quad (2)$$

$y, z$  방향 속도는 없으므로  $y = y', z = z'$ .

특수상대론

배경 및 역사

로렌츠 변환

동시성의 상대성

시간 지연

길이 수축

질량-에너지 등가

역설

일반상대론

참고 문헌

부록

로렌츠 변환식의 유도

# 로렌츠 변환식의 유도

(1)을 (2)에 대입하여 정리하면

$$t' = kt + \left(1 + \frac{1 - k^2}{kv}\right)x. \quad (3)$$

모든 관성계에서 빛의 속도는  $c$  이므로

$$x = ct, \quad (4)$$

$$x' = ct'. \quad (5)$$

특수상대론

배경 및 역사

로렌츠 변환

동시성의 상대성

시간 지연

길이 수축

질량-에너지 등가

역설

일반상대론

참고 문헌

부록

로렌츠 변환식의 유도

# 로렌츠 변환식의 유도

(1), (3)을 (5)에 대입하고 정리하여 (4)와 비교하면

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}. \quad (6)$$

최종적으로 (6)을 (1)에 대입하고 정리하면

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \quad (7)$$

특수상대론

배경 및 역사

로렌츠 변환

동시성의 상대성

시간 지연

길이 수축

질량-에너지 등가

역설

일반상대론

참고 문헌

부록

로렌츠 변환식의 유도